Propiedades de la adición vectorial

Si **u**, **v** y **s** son vectores en $\mathbb{R}^2$, entonces

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$	Cerradura
2. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$	Conmutatividad
3. $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{s} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{s})$	Asociatividad
4. $\mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ y $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u}$	Idéntico aditivo
5. $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ y $(-\mathbf{u}) + \mathbf{u} = \mathbf{0}$	Inverso aditivo

Nótese que estas propiedades tienen formalmente la misma apariencia que las propiedades de la adición de números reales (véase la página 392). Obsérvese que, en particular, tal como en el caso de la adición de números reales, la adición de vectores es básicamente una operación binaria; la suma de tres o más vectores se define mediante

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{s} = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{s},$$
$$\mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{s} + \mathbf{t} = (\mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{s}) + \mathbf{t},$$

y así sucesivamente. Claro está que, puesto que la adición de vectores es asociativa y conmutativa, se puede sumar vectores en grupos de dos, los que convengan, y obtener el mismo resultado.

Otra propiedad importante de los vectores y de los números reales es el **Principio de Sustitución.**

■ El cambiar el símbolo mediante el cual se representa a un objeto matemático dentro de una expresión matemática no altera el significado de la expresión.

En referencia a la adición vectorial, este principio se puede enunciar de otra manera:

$$\text{Si } \mathbf{u} = \mathbf{v} \text{ y } \mathbf{s} = \mathbf{t}, \text{ entonces } \mathbf{u} + \mathbf{s} = \mathbf{v} + \mathbf{t}.$$

Ejercicios 1—3

En los ejercicios 1—12, calcular los valores de *r* y *s* tales que las afirmaciones sean verdaderas. Hacer un diagrama que muestre la representaciones geométricas ordinarias de todos los vectores que se mencionan.

1. $(r, s) = (4, 1) + (2, -3)$
2. $(r, s) = (3, 4) + (-1, -5)$
3. $(r, s) + (3, -1) = (2, 5)$
4. $(r, s) + (6, -2) = (7, 3)$
5. $(5, -3) + (0, 0) = (r, s)$
6. $(2, -3) + (4, 6) = (r, s)$
7. $(r, s) = (7, -2) - (3, -5)$
8. $(r, s) = (6, 5) - (2, 3)$
9. $(7, -3) - (r, s) = (5, 1)$
10. $(-2, 4) - (r, s) = (3, -2)$
11. $(r, s) - (1, 0) = (5, 1)$
12. $(r, s) - (3, -2) = (4, 5)$